

2.绝对值的化简求值(一)

一、 有条件的化简求值

1. 直接给出未知数的范围

一个正数的绝对值是 它本身 ; 一个负数的绝对值是它的 相反数 ; 0的绝对值是 0 .

$$\text{绝对值代数意义: } |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

也可以写成

$$|a| = \begin{cases} a(a \geq 0) \\ -a(a < 0) \end{cases} \quad \text{或} \quad |a| = \begin{cases} a(a > 0) \\ -a(a \leq 0) \end{cases} .$$

 举个“栗”子

 栗子1

1. 若 $x > 3$, 则 $|x - 3| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|3 - x| = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x - 3 ; x - 3$

【解析】 $\because x > 3$,

$$\therefore x - 3 > 0 , 3 - x < 0 ,$$

$$\therefore |x - 3| = x - 3$$

$$|3 - x| = x - 3 .$$

故答案为 : $x - 3 ; x - 3$.

【标注】【知识点】已知范围化简绝对值

2. $\frac{1}{2} < x < 3$ 时 , $|2x - 1| - |3 - x| = (\quad)$.

A. $x + 2$

B. $x - 4$

C. $3x - 4$

D. $-x - 2$

【答案】 C

【解析】 $\because \frac{1}{2} < x < 3$,

$$\therefore |2x - 1| = 2x - 1 , |3 - x| = 3 - x ,$$

$$\therefore |2x-1| - |3-x| = 2x-1-3+x = 3x-4.$$

故选C.

【标注】【知识点】已知范围化简绝对值

栗子2

3. 若 $a < 0$, $ab < 0$, 则 $|b-a+3| - |a-b-9|$ 的值为().

A. 6

B. -6

C. -12

D. $2a+2b+12$

【答案】B

【解析】因为 $a < 0$, $ab < 0$, 所以 $b > 0$, 所以 $b-a > 0$, $a-b < 0$,

故 $b-a+3 > 0$, $a-b-9 < 0$,

由于正数的绝对值为它本身, 负数的绝对值为它的相反数,

所以 $|b-a+3| = b-a+3$, $|a-b-9| = -(a-b-9)$,

$|b-a+3| - |a-b-9| = b-a+3+a-b-9 = -6$.

【标注】【知识点】已知范围化简绝对值

栗子3

4. 若 $x < 0$, 化简 $\frac{||x|-2x|}{|x-3|-|x|}$.

【答案】 $-x$.

【解析】 $\because x < 0$,

$\therefore |x| = -x$,

$$\therefore \text{原式} = \frac{|-x-2x|}{|x-3|-(-x)} = \frac{|-3x|}{|x-3|+x}$$

又 $\because x < 0$,

$\therefore -3x > 0$, $|-3x| = -3x$,

$x-3 < 0$, $|x-3| = 3-x$,

$$\therefore \text{原式} = \frac{-3x}{3-x+x} = -x$$

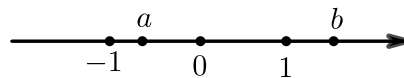
故答案为： $-x$

【标注】【知识点】已知范围化简绝对值

2. 与数轴相关的

栗子4

5. 如图所示 a 、 b 是有理数，则式子 $|a| + |b| + |a + b| + |b - a|$ 化简的结果为（ ）。



- A. $3a + b$ B. $3a - b$ C. $3b + a$ D. $3b - a$

【答案】D

【解析】由题意得： $-1 < a < 0 < 1 < b$ ，

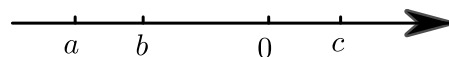
$$\therefore a + b > 0, b - a > 0,$$

$$\therefore \text{原式} = -a + b + a + b + b - a = 3b - a,$$

故选：D。

【标注】【知识点】结合数轴化简绝对值

6. 有理数 a 、 b 、 c 表示的点在数轴上的位置如下图所示，则 $|a + c| - |c - b| - 2|b + a| =$ （ ）。



- A. $3a - b$ B. $-a - b$ C. $a + 3b - 2c$ D. $a - b - 2c$

【答案】C

【解析】由图象可知， $a + c < 0$ ， $c - b > 0$ ， $a + b < 0$ ，

$$\therefore \text{原式} = -a - c - c + b + 2a + 2b = a + 3b - 2c.$$

【标注】【知识点】结合数轴化简绝对值

3. 隐含条件

栗子5

7. 计算： $\left| \frac{1}{24} - \frac{1}{23} \right| - \left| \frac{1}{24} - \frac{1}{26} \right| - \left| \frac{1}{23} - \frac{1}{25} \right| + \left| \frac{1}{26} - \frac{1}{25} \right| =$ _____。

【答案】 $-\frac{1}{300}$

【解析】 $\left| \frac{1}{24} - \frac{1}{23} \right| - \left| \frac{1}{24} - \frac{1}{26} \right| - \left| \frac{1}{23} - \frac{1}{25} \right| + \left| \frac{1}{26} - \frac{1}{25} \right|$
 $= \frac{1}{23} - \frac{1}{24} - \frac{1}{24} + \frac{1}{26} - \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{25} - \frac{1}{26}$
 $= \frac{1}{25} - \frac{1}{24}$
 $= -\frac{1}{300} .$

【标注】【知识点】绝对值的非负性

4. 绝对值代数意义逆应用

栗子6

8. 若 $|a - 5| = 3$, 则 $a =$ _____ .

【答案】 8或2

【解析】 $\because |a - 5| = 3 ,$

$$\therefore a - 5 = \pm 3 ,$$

$$\textcircled{1} a - 5 = 3 ,$$

$$a = 8 ;$$

$$\textcircled{2} a - 5 = -3 ,$$

$$a = 2 ,$$

$$\therefore a = 8 \text{ 或 } 2 .$$

【标注】【知识点】绝对值的代数意义

栗子7

9. 若 $|a| = 2$, $|b| = 3$, 且 $|a + b| = a + b$, 则 $a - b =$ _____ .

【答案】 -1或-5

【解析】 $\because |a| = 2 , |b| = 3 ,$

$$\therefore a = \pm 2 , b = \pm 3 ,$$

$$\because |a + b| = a + b$$

$$\therefore a + b \geq 0 ,$$

$$\therefore a = 2 , b = 3 \text{ 或 } a = -a , b = 3 ,$$

$$\therefore a - b = -1 \text{ 或 } -5 .$$

【标注】【知识点】利用题设条件推理化简绝对值

栗子8

10. 已知 $|x| = 3$, $|y| = 7$.

- (1) 若 $x < y$, 求 $x - y$ 的值.
- (2) 若 $xy > 0$, 求 $x + y$ 的值.
- (3) 求 $x^2y - xy^2 + 21$ 的值.

【答案】(1) -4 或 -10 .

(2) 10 或 -10 .

(3) -63 或 -189 或 231 或 105 .

【解析】(1) $\because |x| = 3, |y| = 7$,

$$\therefore x = \pm 3, y = \pm 7,$$

$$\text{当 } x < y \text{ 时, } x = 3, y = 7 \text{ 或 } x = -3, y = 7,$$

$$\text{此时 } x - y = -4 \text{ 或 } -10 .$$

(2) $\because |x| = 3, |y| = 7$,

$$\therefore x = \pm 3, y = \pm 7,$$

$$\because xy > 0, \therefore x \text{ 与 } y \text{ 同号, 即 } x = 3, y = 7 \text{ 或 } x = -3, y = -7,$$

$$\text{此时 } x + y = 10 \text{ 或 } -10 .$$

(3) $\because |x| = 3, |y| = 7$,

$$\therefore x = \pm 3, y = \pm 7,$$

$$\text{由 } x = \pm 3, y = \pm 7,$$

$$\text{当 } x = 3, y = 7 \text{ 时, 原式} = 63 - 147 + 21 = -63 ;$$

$$\text{当 } x = 3, y = -7 \text{ 时, 原式} = -63 - 147 + 21 = -189 ;$$

$$\text{当 } x = -3, y = 7 \text{ 时, 原式} = 63 + 147 + 21 = 231 ;$$

$$\text{当 } x = -3, y = -7 \text{ 时, 原式} = -63 + 147 + 21 = 105 .$$

【标注】【知识点】绝对值的代数意义

二、形如 $|a|/a$ 的化简

由绝对值的代数意义，我们可以先判断出绝对值符号里的数的正负、再化为它本身或它的相反数、完成计算。

【重要结论】

① 对 $a \neq 0$ ，当 $a > 0$ 时、有 $\frac{|a|}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$

当 $a < 0$ 时、有 $\frac{|a|}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

② 反之，若 $\frac{|a|}{a} = 1$ 则 $a > 0$ ，若 $\frac{|a|}{a} = -1$ 则 $a < 0$ 。

【备注】 ① 对 $a \neq 0$ ，当 $a > 0$ 时、有 $\frac{|a|}{a} = \frac{a}{a} = 1$ ，

当 $a < 0$ 时、有 $\frac{|a|}{a} = \frac{-a}{a} = -1$ 。

② 反之，若 $\frac{|a|}{a} = 1$ 则 $a > 0$ ，若 $\frac{|a|}{a} = -1$ 则 $a < 0$ 。

栗子9

11. 已知 $\frac{|a|}{a} = -1$ ，化简 $|a - 1| - |a - 2| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 -1

【标注】【知识点】已知范围化简绝对值

栗子10

12. 若 $ab \neq 0$ ，则 $\frac{a}{|a|} + \frac{|b|}{b}$ 的取值不可能是（ ）。

A. 0

B. 1

C. 2

D. -2

【答案】 B

【解析】 当 $a > 0, b > 0$ 时，原式 $= 1 + 1 = 2$ ；当 $a > 0, b < 0$ 或 $a < 0, b > 0$ 时，原式 $= 0$ ；
当 $a < 0, b < 0$ 时，原式 $= -2$ 。故答案选B。

【标注】【知识点】 $|a|/a$ 的化简

栗子11

13. 已知三个数 a, b, c 的积为负数，和为正数，且 $x = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{ab}{|ab|} + \frac{ac}{|ac|} + \frac{bc}{|bc|}$ ，
则 x 的值为（ ）。

A. 0

B. 0, 1

C. 0, -2, 1

D. 0, 1, -2, 6

【答案】 A**【解析】** $\because a, b, c$ 的积为负数, 和为正数, $\therefore a, b, c$ 中有一个负数, 两个正数,

$$\therefore \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} = 1,$$

$$\frac{ab}{|ab|} + \frac{ac}{|ac|} + \frac{bc}{|bc|} = -1,$$

$$\therefore x = 0.$$

故选 A.

【标注】【知识点】 $|a|/a$ 的化简**栗子12**

14. 有理数 a, b, c 满足 $\frac{|abc|}{abc} = -1$, 则 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 1或-3**【解析】** 根据题意可知

$$\textcircled{1} a, b, c \text{ 两正一负, 因此 } \frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = 1 + 1 - 1 = 1.$$

$$\textcircled{2} a, b, c \text{ 三负, 因此 } \frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = -3.$$

【标注】【知识点】 $|a|/a$ 的化简**栗子13**

15. 如果 $\frac{t_1}{|t_1|} + \frac{t_2}{|t_2|} + \frac{t_3}{|t_3|} = 1$, 那么 $\frac{|t_1 t_2 t_3|}{t_1 t_2 t_3}$ 的值为 ().

A. -1

B. 1

C. ± 1

D. 不确定

【答案】 A**【解析】** 略.**【标注】**【知识点】 $|a|/a$ 的化简